CHAPITRE 10 : FONCTIONS AFFINES

I) Fonctions affines

1) Définition

Définition 1 : m et p sont des réels.
Une **fonction** f **affine** est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=mx+p$.
Si $p=0$, f est une fonction **linéaire.**
Si $m=0$, f est une **fonction constante**.

Exemples : Je vous rappelle que vous devez être capable de refaire les exemples tout seul

La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-3x+5$ est affine car $f(x)=mx+p$ avec $m=-3$ et $p=5$.

La fonction g définie sur $\mathbb{R}$par $g(x)=-2x$ est affine car $g(x)=mx+p$ avec $m=-2$ et $p=0$. La fonction g est même linéaire.

La fonction k définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x)=\frac{-6x+2}{7}$ est affine car $f(x)=mx+p$ avec $m=\frac{-6}{7}$ et $p=\frac{2}{7}$. Pour tout réel x, $k(x)=\frac{-6x}{7}+\frac{2}{7}=-\frac{6}{7}x+\frac{2}{7}$.

La fonction k définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x)=\frac{-6x+2}{7}$ est affine car $f(x)=mx+p$ avec $m=\frac{-6}{7}$ et $p=\frac{2}{7}$. Pour tout réel x, $k(x)=\frac{-6x}{7}+\frac{2}{7}=-\frac{6}{7}x+\frac{2}{7}$.

La fonction l définie sur $\mathbb{R}$par $l(x)=x(x+3)-2x^2$ n'est pas affine car pour tout réel x, $l(x)=x^2+3x-2x^2=-x^2+3x\neq mx+p$.

2) Proportionnalité des accroissements

Propriété 1 : f est une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=mx+p$, où m et p sont deux réels donnés. Pour tout les réels a et b distincts, $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=m$.

Le nombre $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ s'appelle le **taux d'accroissement** de f entre a et b.

Remarque : On a aussi $m=\frac{f(a)-f(b)}{a-b}$

Démonstration : Je vous rappelle que vous devez essayer de comprendre la démonstration. Pour les élèves qui ont des difficultés , c'est pas « grave » si vous ne la comprenez pas. Soit f une fonction affine définie par $f(x)=mx+p$. On considère deux nombres réels a et b distincts.

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=\frac{mb+p-(ma+p)}{b-a}=\frac{m(b-a)}{b-a}=m$$

Exemple : Déterminer la fonction affine f telle que $f(2)=7$ *et* $f(3)=5$.

Faites l'exemple sur un brouillon avant de regarder la correction.

f est affine donc pour tout réel x, $f(x)=mx+p$.

Déterminons m : On utilise la propriété 1. Ici $b=3$ et $a=2$.

$m=\frac{f(3)-f(2)}{3-2}=\frac{5-7}{1}=-2$; Ainsi, pour tout réel x, $f(x)=-2x+p$.

Déterminons p : On utilise une des deux images donnée dans l'énoncé.

$f(3)=5$ donc $-2\times3+p=5$; $p=5+6$; p=11 ;

Conclusion : Pour tout réel x : $f(x)=-2x+11$

3) Représentation graphique

Propriété 2 :

Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction affine est **une droite non parallèle à l'axe des ordonnées.**

Réciproquement, toute droite non parallèle à l'axe des ordonnées est la représentation graphique d'une fonction affine.

Vocabulaire : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=mx+p$. Soit d la représentation graphique de la fonction f. On dit que la droite d a pour équation $y=mx+p$.

m est appelé coefficient directeur de d (ou pente).

p est appelé ordonnée à l'origine de d.

Remarque : L'équation $y=mx+p$ s'appelle **équation réduite** de d.
On établira au chapitre 13 d'autres formes d'équations de droites.

*Exemple 1 : **Représenter graphiquement les trois fonctions** suivantes :*
$f(x)=2x-1$; $g(x)=-3x$; $h(x)=2$

f, g et h sont des fonctions affines donc leur représentation graphique sont des droites.

Faites l'exemple sur un brouillon avant de regarder la correction.

Vous devez savoir faire l'une des deux méthodes suivantes :

Méthode 1 : On choisit deux valeurs de x, on cherche les valeurs de y qui correspondent, on place les deux points obtenus et on les relie à la règle.

x	-1	2
$f(x)$	$2\times(-1)-1=-3$	$2\times2-1=3$

x	-1	0
$g(x)$	$-3\times(-1)=3$	0

x	-4	3
$h(x)$	2	2

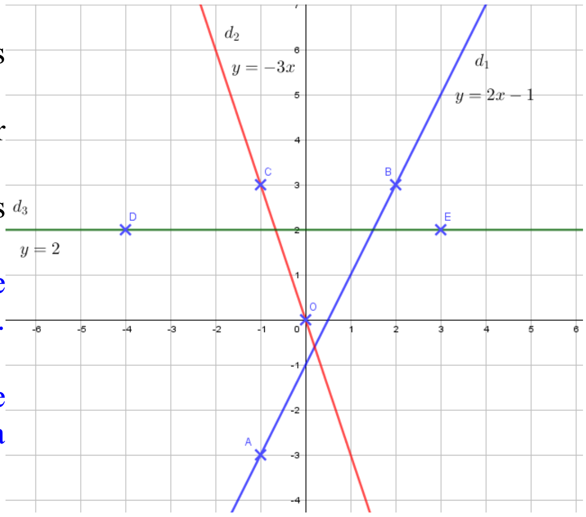
f est représenté par la droite d_1 qui passe par les points $A(-1;-3)$ et $B(2;3)$.

g est représenté par la droite d_2 qui passe par O(0;0) et le point $C(-1;3)$.

h est représenté par la droite d_3 qui passe par les points D(-4;2) et E(3;2).

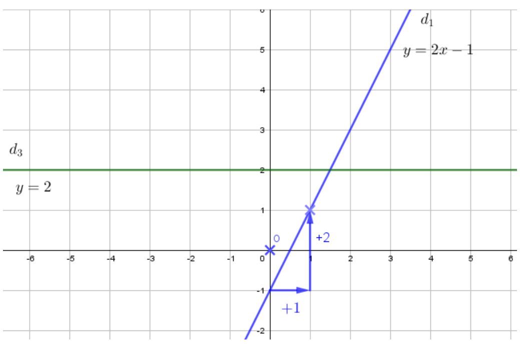
On retrouve que la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine. C'est d_2.

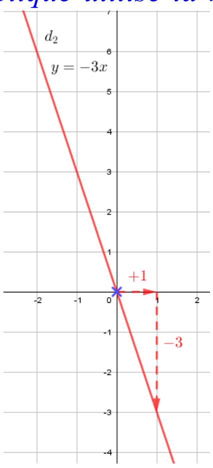
On retrouve que la représentation graphique d'une fonction constante est une droite qui est parallèle à l'axe des abscisses. C'est d_3.



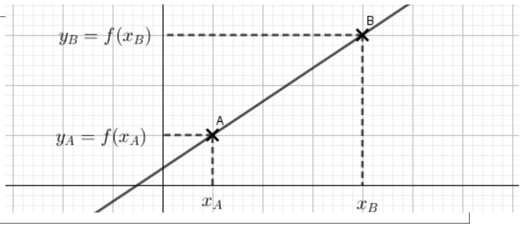
Méthode 2 : On place le point de l'axe des ordonnées d'ordonnées b, puis on utilise le coefficient directeur.

Cette vidéo illustre cette méthode. Le professeur qui explique utilise la notation ax+b pour les fonctions affines. Le a c'est notre m et le b c'est notre p.
https://www.youtube.com/watch?v=fq2sXpbdJQg





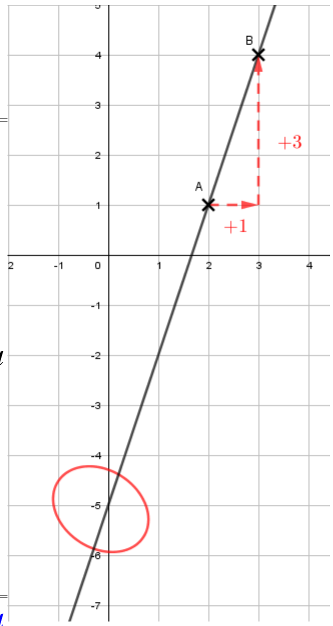
Propriété 3 : f est une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=mx+p$, où m et p sont deux réels donnés. $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ sont deux points distincts de la droite qui représente f, $m=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$.



Exemple 4 : Dans un repère orthonormé, on donne A(2;3) et B(-1;1).
Déterminer le coefficient directeur de la droite (AB).

$m=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\dfrac{3-1}{2+1}=\dfrac{2}{3}$. (AB) a pour coefficient directeur $\dfrac{2}{3}$.

Exemple 5 : ***Déterminer graphiquement une fonction affine***



Une fonction affine est définie par $f(x)=mx+p$.

Attention prendre des points qui « sont sur les lignes du quadrillage »

Déterminons le coefficient directeur m :

Le long des flèches en pointillés qui relient A et B on lit +3 et +1 donc $m=\dfrac{3}{1}=3$ « $m=\dfrac{\text{deplacement vertical}}{\text{deplacement horizontal}}$ »

Remarque : On peut aussi choisir deux points sur la droite et appliquer la propriété 3

Déterminons l'ordonnée à l'origine p :

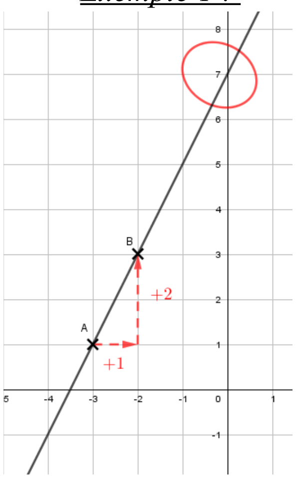
On regarde l'intersection de la droite et de l'axe des ordonnées. On lit p = - 5.

Conclusion : f ***est définie par*** $f(x)=3x-5$

Cette vidéo illustre cette méthode. Le professeur qui explique utilise la notation ax+b pour les fonctions affines. Le a c'est notre m et le b c'est notre p.

https://www.youtube.com/watch?v=OnnrfqztpTY

Exemple 1 :

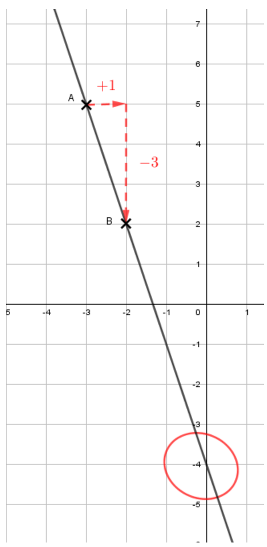


$m=\dfrac{2}{1}=2$ ou

$m=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\dfrac{3-1}{-2-(-3)}=2$

f est définie par
$f(x)=2x+7$.

Exemple 2:

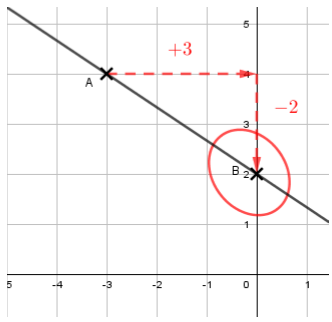


$m=\dfrac{-3}{1}=-3$ ou

$m=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\dfrac{2-5}{-2-(-3)}=-3$

f est définie par
$f(x)=-3x-4$.

Exemple 3 :



$m=\dfrac{-2}{3}$ ou

$m=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\dfrac{2-4}{0-(-3)}=-\dfrac{2}{3}$

f est définie par
$f(x)=-\dfrac{2}{3}x+2$.