

AP TERM S - THEME : LES COMPLEXES

Exercice 1 : (forme algébrique)

1) f est la fonction qui a tout nombre complexe $z \neq 1$ associe le nombre complexe $f(z) = \frac{2iz - 1}{z - 1}$.

Ecrire sous forme algébrique :

a) $f(3)$ b) $f\left(\frac{1}{2}i\right)$ c) $f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$

2) $z_1 = \frac{1-i}{3+5i}$ et $z_2 = \frac{1+i}{3-5i}$.

Vérifier que $z_1 + z_2$ est un nombre réel et que $z_1 - z_2$ est un imaginaire pur.

Exercice 2 : (équation du second degré dans \mathbb{C})

Résoudre dans \mathbb{C} chaque équation.

1) $2z^2 + 3z - 5 = 0$

2) $\frac{z^2 + 2z + 5}{2z^2 + 1} = 1$

3) $\frac{z-2}{z-1} = z$

Exercice 3 : (affixe)

- 1) Dans le plan complexe, A, B, C, D sont les points d'affixes respectives $3 + i$, $2 - 2i$, $2i$, $1 + 5i$.
 - a) Faire une figure.
 - b) Démontrer de deux façons différentes que ABCD est un parallélogramme.
- 2) Dans le plan complexe, A, B et C sont les points d'affixe : $z_A = 3 + 2i$, $z_B = -5 + 2i$ et $z_C = -3i$.
 - a) Faire une figure.
 - b) Déterminer les affixes des points A' et B' milieux respectifs des segments [BC] et [AC].
 - c) Déterminer l'affixe du point G défini par $\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AA'}$.
 - d) Démontrer que les points B', G et B sont alignés.

Exercice 4 : (conjugué d'un nombre complexe)

- 1) P est le polynôme défini sur \mathbb{C} par $P(z) = z^3 + z^2 - 4z + 6$.
 - a) Démontrer que, pour tout nombre complexe z , $\overline{P(z)} = P(\bar{z})$.
 - b) Vérifier que $P(1 + i) = 0$. En déduire une deuxième solution de l'équation $P(z) = 0$.
- 2) z est un nombre complexe distinct de 1. Dans le plan complexe, déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tel que $Z = \frac{iz}{z-1}$ soit :
 - a) un nombre réel ;
 - b) un imaginaire pur